

Môn thi: TOÁN (dành cho các thí sinh thi vào lớp chuyên Toán - Tin)
Thời gian làm bài : 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 .

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy(x+y) = 2 \\ 9xy(3x-y) + 6 = 26x^3 - 2y^3 \end{cases}$$

2) Giải phương trình:

$$(\sqrt{x+4} - 2)(\sqrt{4-x} + 2) = 2x$$

Câu 2 .

1) Tìm 2 chữ số tận cùng của số:

$$A = 41^{106} + 57^{2012}$$

2) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số:

$$y = 3\sqrt{2x-1} + x\sqrt{5-4x^2} \text{ với } \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Câu 3 .

Cho ΔABC nhọn ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn (O). Giả sử M, N là 2 điểm thuộc cung nhỏ BC sao cho MN song song với BC và tia AN nằm giữa hai tia AM, AB. P là hình chiếu vuông góc C trên AN và Q là hình chiếu vuông góc của M trên AB.

1) Giả sử CP giao QM tại T. Chứng minh rằng: T nằm trên đường tròn tâm (O).

2) NQ giao (O) tại R khác N. Giả sử AM giao PQ tại S. Chứng minh rằng 4 điểm A, R, Q, S thuộc 1 đường tròn.

Câu 4 .

Với mỗi số n nguyên lớn hơn hoặc bằng 2 cố định, xét các tập n số thực đôi một khác nhau $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Kí hiệu $C(X)$ là số các giá trị khác nhau của tổng $x_i + x_j$ ($1 \leq i < j \leq n$).
Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $C(X)$.

— Hết —