HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ TỰ LUYỆN THI THỬ ĐẠI HỌC SỐ 11

MÔN: TOÁN

Giáo viên: PHAN HUY KHẢI

Đây là đề thi đi kèm với bài giảng Luyện đề số 11 thuộc khóa học Luyện đề thi đại học môn Toán – Thầy Phan Huy Khải tại website Hocmai.vn. Để đạt được kết quả cao trong kì thi đại học sắp tới, Bạn cần tự mình làm trước đề, sau đó kết hợp xem cùng với bài giảng này.

Thời gian làm bài: 180 phút

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu 1: Cho hàm số: $y=\dfrac{2x+3}{x-2}(C)$

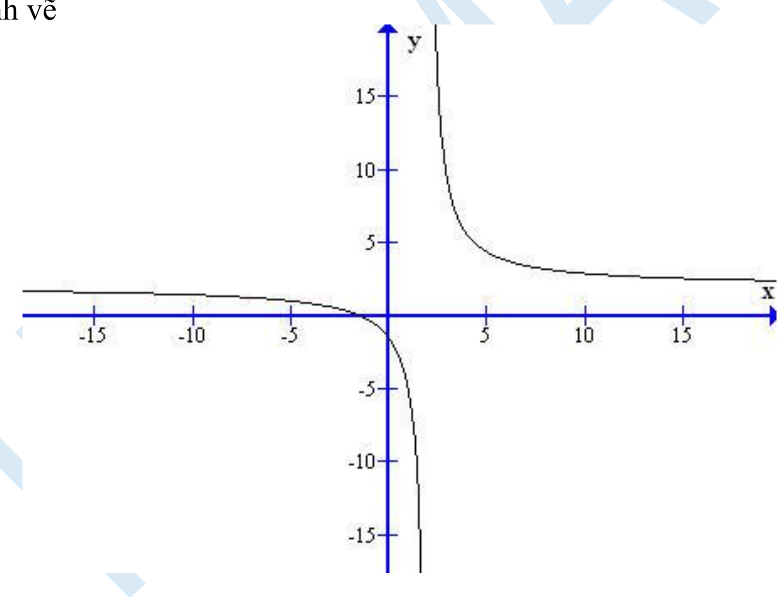
1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

Ta có $y'=-\dfrac{7}{(x-2)^2}$

Bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y		-	||	-	
y’	2 ↘		$-\infty$ || $+\infty$		↘ 2

Đồ thị như hình vẽ



2. Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị (C)

$$\frac{2x+3}{x-2}=2x+m(1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ 2x^2+(m-6)x-2m-3=0(2) \end{cases}$$

Đặt g(x) = $2x^2$ + (m - 6)x – 2m – 3 có:

g(2) = 8 + 2m – 12 – 2m – 3 = -7 $\neq$ 0 $\forall$ m

Và $\Delta = (m-6)^2 + 8(2m+3) = m^2 + 4m + 60 > 0\ \forall m$

Nên phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x \neq 2\ \forall\ m$ => phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra đường thẳng d và đồ thị (C) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B với mọi giá trị của m. Gọi x_1; x_2 lần lượt là hoành độ các điểm A và B => x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (2), theo định lí Viet ta có: $x_1 + x_2 = \dfrac{6-m}{2}$ (*)

Hệ số góc của các tiếp tuyến tại A và B lần lượt là:

$$k_1 = y'_{x_1} = -\frac{7}{(x_1-2)^2}; k_2 = y'_{x_2} = -\frac{7}{(x_2-2)^2}$$

Do tiếp tuyến tại A và B song song nên có $k_1 = k_2$

Hay $-\dfrac{7}{(x_1-2)^2} = -\dfrac{7}{(x_2-2)^2} \Leftrightarrow (x_1-2)^2 = (x_2-2)^2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 - 2 = x_2 - 2 \\ x_1 - 2 = 2 - x_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = x_2 \text{ (Loại vì A} \neq \text{B)} \\ x_1 + x_2 = 4 \end{array}\right.$$

Với $x_1 + x_2 = 4$ từ (*) có $\dfrac{6-m}{2} = 4 \Leftrightarrow m = -2$

Vậy m = -2 là giá trị cần tìm.

Câu 2. Giải phương trình $(1+2\cos 3x)\sin x + \sin 2x = 2\sin^2(2x + \frac{\pi}{4})$ (1)

Phương trình (1) $\Leftrightarrow \sin x + 2\sin x\cos 3x + \sin 2x = (\sin 2x + \cos 2x)^2$

$\Leftrightarrow \sin x + \sin 4x - \sin 2x + \sin 2x = 1 + \sin 4x$

$\Leftrightarrow \sin x = 1$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in Z$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in Z$

Câu 3. Xét bất phương trình: $9(x+1)^2 \leq (3x+m)(1-\sqrt{3x+4})^2$ (1)

Điều kiện xác định: $x \geq -\dfrac{4}{3}$

Đặt $t = \sqrt{3x+4}$; điều kiện $t \geq 0$ ta có: $t^2 = 3x + 4 \Rightarrow 3x = t^2 - 4$

$\Rightarrow 9(x+1)^2 = (3x+3)^2 = (t^2-1)^2$ Khi đó bất phương trình (1) trở thành:

$(t^2-1)^2 \leq (t^2+m-4)(1-t)^2$ (2)

Ta xét sự biến thiên của t khi $x \in [0;4]$

Suy ra $\min t(0) \leq t \leq \max t(4) \Leftrightarrow 2 \leq t \leq 4$

Xét bất phương trình (2) $\Leftrightarrow (t-1)^2\left[(t+1)^2 - t^2 - m + 4\right] \leq 0$

$\Leftrightarrow 2t - m + 5 \leq 0$ (Do $t \in [2; 4]$ nên $(t-1)^2 > 0$)

$\Leftrightarrow t \leq \dfrac{m-5}{2}$ (3)

Bất phương trình (1) nghiệm đúng $\forall x \in [0;4]$ <=> bất phương trình (3) nghiệm đúng với mọi $t \in [2; 4]$, điều này được thỏa mãn khi và chỉ khi $\dfrac{m-5}{2} \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 13$

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m \geq 13$.

Câu 4.

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S=\int_0^{\sqrt{e-1}}\left|\frac{x\ln^2(x^2+1)}{x^2+1}\right|dx=\int_0^{\sqrt{e-1}}\frac{x\ln^2(x^2+1)}{x^2+1}dx$$

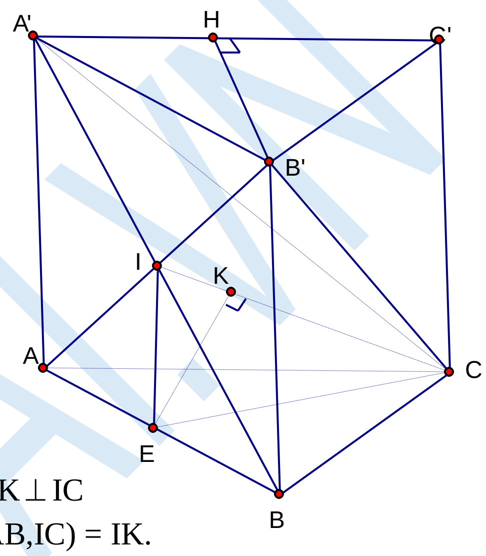
Đặt t = ln(x^2 + 1) => $dt=\frac{(x^2+1)'}{x^2+1}dx=\frac{2x}{x^2+1}dx$

x = 0 → t = 0; $x=\sqrt{e-1}\rightarrow t=1$

$$S=\int_0^1\frac{t^2}{2}dt=\frac{1}{2}\int_0^1 t^2dt=\frac{1}{2}\frac{t^3}{3}\Big|_0^1=\frac{1}{6}\text{ (đvdt)}$$

Câu 5.

Gọi V là thể tích của lăng trụ ABC.A’B’C’ ta có:



$$V_{ACA'B'}=V_{B'.ACA'}=\frac{1}{2}V_{B'.ACC'A'}$$

$$=\frac{1}{2}(V-V_{B'.ABC})=\frac{1}{2}(V-\frac{1}{3}V)=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V=\frac{1}{3}V$$

$$=\frac{1}{3}.S_{ABC}.AA'=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}\text{ (đvtt)}$$

Gọi E là trung điểm của AB => CE ⊥ AB (1)

IE là đường trung bình của tam giác ABB’ => IE // BB’

Mà BB’ ⊥ AB => IE ⊥ AB (2)

Từ (1) và (2) => AB ⊥ (CIE). Trong mặt phẳng (CIE) kẻ EK ⊥ IC

=> EK là đoạn vuông góc chung của AB và IC. Suy ra: d(AB,IC) = IK.

Ta có: $EC=\frac{a\sqrt{3}}{2}; EI=\frac{1}{2}AA'=\frac{a}{2}$

Xét tam giác vuông CEI có:

$$\frac{1}{EK^2}=\frac{1}{EI^2}+\frac{1}{EC^2}=\frac{1}{(\frac{a}{2})^2}+\frac{1}{(\frac{a\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{4}{a^2}+\frac{4}{3a^2}=\frac{16}{3a^2}\Rightarrow EK=\frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và IC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Nhận xét: Thể tích của tứ diện ACA’B’ có thể tính theo cách khác như sau:

Gọi H là trung điểm của A’C’ => B’H ⊥ A’C’, mà B’H ⊥ AA’ (Do AA’ ⊥ (ABC)) nên B’H ⊥ (ACC’A’) hay B’H là khoảng cách từ B’ tới mặt phẳng (ACA’). Ta có: $B'H=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$S_{ACA'}=\frac{1}{2}AA'.AC=\frac{1}{2}a.a=\frac{a^2}{2}$$

$$V_{ACA'B'}=V_{B'.ACA'}=\frac{1}{3}S_{ACA'}.B'H=\frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}\text{ (đvtt)}$$

Câu 6.

Từ giả thiết ta có a + b + c = 0 => b + c = -a

$$bc=\frac{(b+c)^2-(b^2+c^2)}{2}=\frac{a^2-(1-a^2)}{2}=a^2-\frac{1}{2}$$

Vì ta luôn có $(b + c)^2 \geq 4bc$ nên $a^2 \geq 4(a^2 - \frac{1}{2})$ hay $a^2 \geq 4a^2 - 2$

Từ đó suy ra: $a^2 \leq \frac{2}{3}$

$a^2b^2c^2 = a^2(a^2 - \frac{1}{2})^2 = a^6 - a^4 + \frac{1}{4}a^2$

Đặt $x = a^2$, điều kiện là $0 \leq x \leq \frac{2}{3}$

Xét hàm số: $f(x) = x^3 - x^2 + \frac{1}{4}x$ liên tục trên R và có:

$f'(x) = 3x^2 - 2x + \frac{1}{4}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = \frac{1}{6}$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	0		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗	$\frac{1}{54}$	↘		↗ $\frac{1}{54}$	

Từ bảng biến thiên của hàm số f(x) ta thấy $f(x) \leq \frac{1}{54}\ \forall x \in \left[0; \frac{2}{3}\right]$

Suy ra: $f(a^2) \leq \frac{1}{54} \Rightarrow a^6 - a^4 + \frac{1}{4}a^2 \leq \frac{1}{54}$

Vậy $a^2b^2c^2 \leq \frac{1}{54}$; dấu "=" xảy ra khi $a = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $b = c = -\frac{1}{\sqrt{6}}$

II. PHẦN RIÊNG

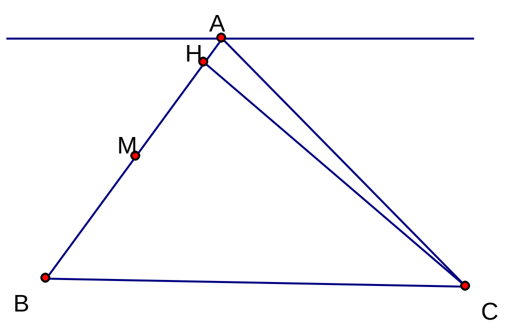
A. Theo chương trình chuẩn

Câu 7a.

Đường thẳng AB qua M(-3; 0) và vuông góc với CH nên có phương trình:

$2(x + 3) + y – 0 = 0$

$\Leftrightarrow 2x + y + 6 = 0$



Tọa độ của đỉnh A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 14 = 0 \\ 2x + y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(-4; 2)$$

M là trung điểm của AB nên có:

$$\begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = -2 \\ y_B = 2y_M - y_A = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-2; -2)$$

Đường thẳng BC qua B và song song với tam giác nên có phương trình:

$2(x + 2) – 3(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x – 3y – 2 = 0$

Tọa độ đỉnh C là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}2x-3y-2=0\\x-2y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}\Rightarrow C(1;0)$$

Vậy ta có A(-4; 2); B(-2; -2); C(1; 0)

Câu 8.a.

Đường thẳng d qua điểm A(1; 7; 3) và có VTCP $\vec{u}=(2;1;4)$

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(3;-2;-1)$

Ta có: 3.1 – 2.7 – 1.3 + 5 = -9 ≠ 0 nên A ∉ (P) (1)

Và $\vec{u}.\vec{n}=2.3+1.(-2)+4.(-1)=0\Rightarrow\vec{u}\perp\vec{n}$ (2)

Từ (1) và (2) => d // (P)

Đường thẳng d' qua A và vuông góc với mặt phẳng (P), nhận $\vec{n}$ là vecto chỉ phương có phương trình:

$$\frac{x-1}{3}=\frac{y-7}{2}=\frac{z-3}{-1}$$

Tọa độ hình chiếu H của M trên (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-7}{2}=\dfrac{z-3}{-1}\\3x-2y-z+5=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{41}{14}\\y=\dfrac{40}{7}\\z=\dfrac{33}{14}\end{cases}\Rightarrow H\left(\frac{41}{14};\frac{40}{7};\frac{33}{14}\right)$$

Do d // (P) và Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (P), suy ra Δ // d và Δ qua điểm H. Phương trình của Δ là:

$$\Delta:\begin{cases}x=\dfrac{41}{14}+2t\\y=\dfrac{40}{7}+t\quad(t\in R)\\z=\dfrac{33}{14}+4t\end{cases}$$

Câu 9.a.

Ta có: $C_{2013}^{k}=\dfrac{2013!}{k!(2013-k)!};(0\le k\le 2013)$

Do đó: $\dfrac{C_{2013}^{k}}{C_{2013}^{k-1}}=\dfrac{\dfrac{2013!}{k!(2013-k)!}}{\dfrac{2013!}{(k-1)!(2014-k)!}}=\dfrac{(2014-k)}{k}=\dfrac{2014}{k}-1$

Từ đó suy ra $C_{2013}^{k-1}\le C_{2013}^{k}\Leftrightarrow\dfrac{C_{2013}^{k}}{C_{2013}^{k-1}}\ge1\Leftrightarrow\dfrac{2014}{k}-1\ge1$

$\Leftrightarrow 2k\le 2014\Leftrightarrow k\le 1007$

$C_{2013}^{k-1}\ge C_{2013}^{k}\Leftrightarrow\dfrac{2014}{k}-1\le1\Leftrightarrow k\le1007$

Vậy C_{2013}^{k} đạt giá trị lớn nhất khi k = 1007

B. Theo chương trình nâng cao

Câu 7.b

Giả sử hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0;6);C(5;1)$ và đường AB có phương trình: $x+xy-12=0$. Đường thẳng BC qua điểm $C(5;1)$ và vuông góc với AB nên có phương trình:

$$2(x-5)-1(y-1)=0$$
$$\Leftrightarrow 2x-y-9=0$$

Đường thẳng CD qua điểm C và vuông góc với BC nên pt là:

$$x-5+2(y-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-7=0$$

Đường thẳng AD đi qua A và song song với BC nên pt là:

$$2(x-0)-1(y-6)=0 \Leftrightarrow 2x-y+6=0$$

Vậy phương trình các đường thẳng cần tìm là:

BC: $2x-y-9=0; CD: x+2y-7=0; AD: 2x-y+6=0$

Câu 8.b

Giả sử Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Khi đó Δ nằm trong mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d.

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (P) và trên đường thẳng Δ. Vì $BH \perp KH$ nên có:

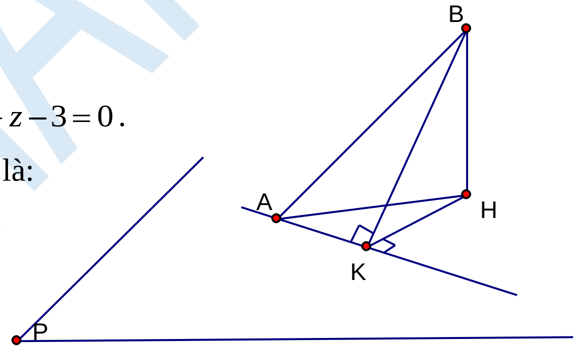
$d(B,\Delta)=BK \geq BH$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $K \equiv H$ hay $\Delta \equiv AH$. Vậy đường thẳng Δ cần tìm là đường thẳng AH.

Phương trình mặt phẳng (P) là:

$(P): 2(x-1)+1(y-1)+1(z-0)=0$ thay $(P): 2x+y+z-3=0$.

Phương trình đường thẳng d' qua B và song song với d là:

$$d': \frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$$



H là giao điểm của d' và mặt phẳng (P) nên toạ độ H là nghiệm của hệ pt:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1} \\ 2x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2} \\ z=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow H\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$$

Đường thẳng AH có vecto chỉ phương:

$\overrightarrow{AH}=\left(0;-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ hay $\vec{u}=(0;-1;1)$ nên pt Δ cần tìm là:

$$\Delta \equiv AH: \begin{cases} x=1 \\ y=1-t, t \in R \\ z=t \end{cases}$$

Câu 9b

Trước hết ta đưa số: $1-\frac{\sqrt{3}-i}{2}=\frac{2-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ về dạng lượng giác

Ta có: $r=\sqrt{\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{4-4\sqrt{3}+3+1}{4}}=\sqrt{2-\sqrt{3}}$

Vì acgumen φ xác định bởi

$$\cos\varphi=\frac{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}};\sin\varphi=\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

Từ đó ta có:

$$\tan\varphi=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=\frac{\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}}{\frac{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$$

$$\tan 2\varphi=\frac{2\tan\varphi}{1-\tan^2\varphi}=\frac{2}{2-\sqrt{3}}:\left(1-\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^2\right)$$

$$=\frac{2}{2-\sqrt{3}}.\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}{6-4\sqrt{3}}=\frac{2}{2-\sqrt{3}}.\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}{2\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-2\right)}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow 2\varphi=-\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z \text{ hay } \varphi=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}$$

Chọn k = 0 ta được $\varphi=-\frac{\pi}{12}$.

Vậy: $1-\frac{\sqrt{3}-i}{2}=\sqrt{2-\sqrt{3}}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$

Do đó:

$$\left(1-\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{24}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{12}\left(\cos\left(-\frac{24\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{24\pi}{12}\right)\right)$$

$$=(2-\sqrt{3})^{12}.(\cos(-2\pi)+i\sin(-2\pi))$$

$$=(2-\sqrt{3})^{12}$$

Giáo viên: Phan Huy Khải

Nguồn : Hocmai.vn